ÉCOLE NATIONALE DES INGÉNIEURS DES TRAVAUX RURAUX
ET DES TECHNIQUES SANITAIRES

CONCOURS D'ENTRÉE

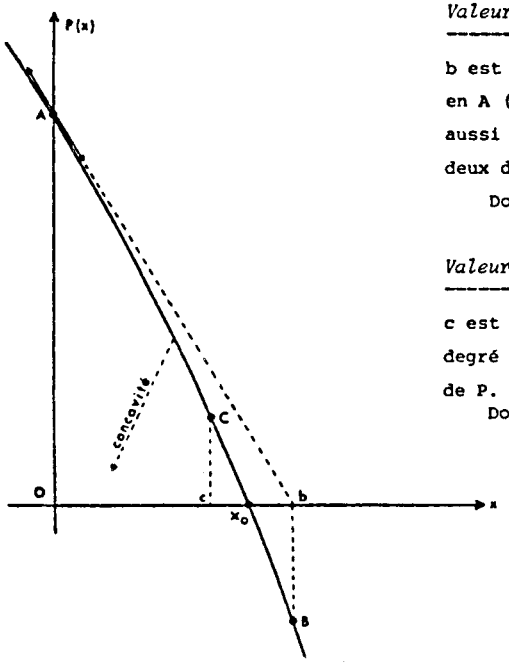
Année 1978

Épreuve de calcul numérique

(Commune aux deux options)

Durée : 1 heure

Le polynôme $P(x) = 10x^4 - 25x^2 - 10x + 3$ admet quatre racines réelles dont l'une, x_o, est comprise entre 0 et 1. Les calculs proposés ont pour but d'obtenir par étapes successives une valeur décimale approchée de x_o à moins de 10^{-5}. On pourra en suivre la progression à l'aide de la courbe Γ représentant $P(x)$ au voisinage des points considérés.



Première étape

Valeur approchée par excès, b

b est l'abscisse du point B' où la tangente en A (x = o) à la courbe Γ coupe Ox ; c'est aussi la racine du binôme constitué par les deux derniers termes de P.

Donner les valeurs exactes de b et P(b).

Valeur approchée par défaut, c

c est la racine positive du trinôme du second degré constitué par les trois derniers termes de P.

Donner les valeurs exactes de c et P(c).

Deuxième étape

Valeur approchée par excès, d

d est l'abscisse du point d'intersection avec Ox de la tangente à Γ au point C d'abscisse c :

$$d = c - \frac{P(c)}{P'(c)}$$

Valeur approchée par défaut, e

e s'obtient par interpolation linéaire entre b et c

$$e = c - (b - c)\frac{P(c)}{P(b) - P(c)}$$

Comparer à 10^{-5} la largeur de l'encadrement (e, d).

Troisième étape

On pose $x = c + X$ et on développe $P(x)$ suivant la formule de Taylor :

$$P(c + X) = P(c) + XP'(c) + \frac{X^2}{2}P''(c) + \frac{X^3}{6}P'''(c) + \frac{X^4}{24}P^{IV}(c)$$

Calculer la racine positive X' de l'équation

$$\frac{X^2}{2}P''(c) + XP'(c) + P(c) = o$$

et montrer que $f = c + X'$ est une valeur approchée *par défaut*, meilleure que e.

A-t-on atteint, maintenant, la précision demandée ?

Récapitulation

Présenter dans un tableau, rangées par ordre de grandeur, les valeurs obtenues pour b, c, d, e, f.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail